



Escuela de Estadística, Facultad de Ciencias Económicas, Universidad de Costa Rica

Curso: XS-0123 Modelos Probabilísticos II

II Ciclo Lectivo 2025

Profesor G01: José Andrey Zamora Araya	Correo: joseandrey.zamora@ucr.ac.cr
Créditos: 4 créditos	Tipo de curso: Teórico-Práctico
Horario del curso: G01: K 8:00 am a 9:50 am y V 8:00 am a 8:50 am. G02: K 8:00 am a 9:50 am y V 8:00 am a 8:50am.	Horas de consulta: G01: K,V 7:00 am a 8:00 am K,V 7:00 am a 8:00 am
Horas Lectivas: 4 horas semanales Horas: 3 horas de teoría y 1 hora de práctica	Modalidad: Baja Virtualidad
Requisitos: • XS0122 Modelos Probabilísticos I (Equiv. XS2310), MA1023 Cálculo con Optimización	Co-requisitos: Ninguno

1. Descripción

La teoría de probabilidad es requisito fundamental para introducir al estudiante a la inferencia estadística. Este curso es teórico-práctico y complementa la formación de los estudiantes recibida en el curso de XS-0122 Modelos probabilísticos I. En este curso se presentan los principales conceptos relacionados con los modelos continuos y discretos multivariados de probabilidad, así como nociones de cadenas de Markov. Para ello, el estudiante requiere de una sólida formación en el área del cálculo diferencial e integral en una y varias variables. En el desarrollo del curso se analizan diferentes modelos teóricos vinculados con procesos estocásticos que simulan problemas de la realidad, y además se prepara al estudiante para introducir los conceptos fundamentales de la inferencia estadística.

2. Objetivo General

Aplicar la teoría de los modelos de probabilidades multivariados y los resultados asociados de las distribuciones muestrales, para modelar los fenómenos aleatorios en diferentes campos del conocimiento y valorar su importancia dentro del campo de la estadística.

3. Objetivos específicos

Al finalizar el curso, se espera que el estudiante sea capaz de:

1. Reconocer las principales características de las distribuciones conjuntas discretas y continuas para valorar su importancia en el análisis estadístico.



2. Analizar las principales propiedades de los modelos probabilísticos multivariados (con énfasis en el caso bivariado) y de las funciones que se generan a partir de ellos con el fin de aplicar en las distribuciones muestrales.
3. Analizar nuevos modelos probabilísticos generados a partir de funciones de variables aleatorias conocidas que permita aplicar en situaciones apropiadas.
4. Conocer los principales resultados relacionados con las distribuciones muestrales que permita aplicar su importancia para la inferencia estadística.
5. Conocer la teoría de cadenas de Markov que permita la solución de ejercicios y problemas de la vida real.

4 Reglamentación

Como miembro de la comunidad universitaria es importante conocer la reglamentación sobre algunos aspectos relacionados con la vida estudiantil. A continuación se brindan las referencias a los documentos sobre algunos de estos aspectos:

- La reglamentación sobre sus deberes y derechos como estudiante se encuentra en el Reglamento de Régimen Académico Estudiantil (https://www.cu.ucr.ac.cr/normativ/regimen_academico_estudiantil.pdf)
- La reglamentación y sanciones ante fraudes en las evaluaciones o comportamientos anómalos por parte de los estudiantes, la pueden encontrar en Reglamento de Orden y Disciplina de los Estudiantes de la Universidad de Costa Rica (https://www.cu.ucr.ac.cr/normativ/orden_y_disciplina.pdf)
- Con el fin de garantizar un espacio libre de violencia y sexismo en el desarrollo de este curso, les recomiendo que revisen el Reglamento de la Universidad de Costa Rica contra el Hostigamiento Sexual https://www.cu.ucr.ac.cr/uploads/tx_ucruniversitycouncildatabases/normative/hostigamiento_sexual.pdf
Sitio web de la Comisión Institucional contra el Hostigamiento Sexual: <https://www.ucr.ac.cr/comision-institucional-contra-el-hostigamiento-sexual.html>
Video “Hostigamiento sexual en la UCR ¿Qué hacer para enfrentarlo? Enlace a YouTube: <https://www.youtube.com/watch?v=OiUyqC8qrnI> , Opción de descarga desde el sitio web del CIEM: <https://repositorio.ciem.ucr.ac.cr/jspui/handle/123456789/423>

5 Habilidades y Conocimientos (perfil de salida)

Habilidades	Conocimientos
HM01 - Manejar entidades matemáticas asociadas a la estadística	CM01 - Conocimientos intermedios en cálculo y álgebra lineal CM02 - Conocimientos intermedios en distribuciones estadísticas y de probabilidad CM03 - Conocimientos básicos en lógica matemática
HM02 - Emplear lenguaje matemático para expresar propiedades estadísticas	CM04 - Conocimientos avanzados de aspectos teórico-matemáticos que dan fundamento al uso de las técnicas de análisis estadístico



HE05 - Simular diversos fenómenos mediante modelos estadísticos usando escenarios asociados a condiciones experimentales u observacionales	CE09 - Conocimientos básicos en desarrollo de procesos de simulación de escenarios estadísticos
HI05 - Contextualizar el problema de investigación y los resultados al campo de aplicación HI06 - Aprender elementos del campo de aplicación de forma autónoma HI07 - Comprender artículos científicos tanto de estadística como de disciplinas sustantivas a las cuales aplica la estadística	CI07 - Conocimiento de estrategias de aprendizaje autodidacta CI08 - Conocimientos intermedios de técnicas de lectura (en español e inglés)
HC03 - Comunicar conceptos técnicos en la escritura formal de un documento académico	CC02 - Conocimientos avanzados de escritura matemática CC03 - Conocimientos avanzados en los aspectos teóricos de las técnicas y modelos estadísticos

6 Contenidos

Tema 1: Distribuciones conjuntas (continuas y discretas)

- 1.1 Funciones de densidad y distribución conjuntas, esperanza de funciones de variables aleatorias, covarianza, correlación, varianzas y covarianzas de sumas de variables.
- 1.2 Distribución marginal, condicionales, independencia y cálculo de probabilidades de variables aleatorias, densidad de suma de variables aleatorias.
- 1.3 Función generadora de momentos (FGM), FGM de variables resultantes de la suma de variables aleatorias independientes, cálculo de momentos de una variable.
- 1.4 Distribución multinomial y distribución normal multivariada e hipergeométrica multivariada.

Tema 2: Funciones de variables aleatorias

- 2.1 Distribución de probabilidad de una función de variables aleatorias: Método de las funciones de distribución, método de las transformaciones, método de las funciones generadoras de momentos.
- 2.2 Transformaciones multivariantes con jacobianos.

Tema 3: Distribuciones muestrales

- 3.1 Muestra aleatoria, distribuciones muestrales, distribución muestral de la media, teorema del límite central, convergencia de variables aleatorias en probabilidad, casi segura y en distribución, ley débil de grandes números, ley fuerte de grandes números. Teorema de De Moivre-Laplace, corrección por continuidad. Teorema de Límite Central.
- 3.2 Generación de las distribuciones de t-Student, chi-cuadrado y F de Fisher a partir de distribuciones conocidas.
- 3.3 Distribución del mínimo y el máximo.
- 3.4 Aproximación normal a la distribución binomial.



Tema 4: Cadenas de Markov

4.1 Concepto de Proceso Estocástico.

4.2 Definición de cadena de Markov.

4.3 Función de transición.

7 Metodología

Las estrategias metodológicas incluyen la clase magistral, el trabajo individual, la discusión y reflexión sobre los conceptos matemáticos y estadísticos expuestos. Se requiere la participación activa de los estudiantes en la resolución de ejercicios. Además, se considera importante que el estudiante evacúe sus dudas durante la clase y realice los ejercicios y/o tareas obligatorias que el profesor asigne durante el ciclo. Estos ejercicios pretenden fortalecer los conocimientos, habilidades y destrezas fomentadas en clase. Se recomienda el trabajo en grupo para completar apuntes, resolver ejercicios y compartir estrategias de resolución.

Se utilizará MEDIACIÓN VIRTUAL (el aula virtual institucional) para subir videos y como repositorio de archivos, prácticas y otros documentos. Se recuerda que el estudiantado debe tener disponibilidad para realizar evaluaciones y asistir a clases en el horario del curso. También se hará uso de la computadora, por medio del software estadística R y su entorno de desarrollo R-Studio en su versión más reciente, para abarcar ciertos temas.

Algunas sesiones de clases, que se comunicarán de manera oportuna, podrían ser asincrónicas. Es importante mencionar que, en este aspecto del tipo de clases (sincrónica y asincrónica), se debe tener cierta flexibilidad y su uso dependerá del tipo de materia que se esté abordando.

8 Evaluación

A continuación, se presentan los rubros de evaluación del curso.

Valor y cronograma de los exámenes regulares

Examen	Materia	Fecha	Valor
Primer parcial	Tema I, II	Viernes 3 de octubre de 7 am	30 %
Segundo parcial	Tema III y IV	Viernes 21 de noviembre de 7 am	30 %
Exámenes cortos	4 asignaciones	Ver cronograma de curso	20%
Tareas programadas	2 asignaciones	Ver cronograma de curso	20%
Prueba de ampliación	Temas 1,2,3 y 4	Martes 02 de diciembre 7 am	Nota mínima de 7.0 para aprobar el curso.
Total			100 %

Las fechas y horas de los exámenes están sujetas a la disponibilidad de aulas, por lo que eventualmente pueden variar, en cuyo caso se comunicará al estudiante en forma oportuna. Además, si por causa mayor alguna persona estudiante se ausentara de una evaluación, debe entregar de manera presencial en horario de clase, la documentación válida respectiva para justificar ausencia. Si es aceptada, de común acuerdo se pactará una fecha para la reposición de la prueba. Por otro lado, mediante la matrícula el estudiantado manifiesta tener disponibilidad para asistir en el horario en el cual se ofrece el curso, por lo tanto, la persona estudiante no debe asumir otros compromisos en el mismo horario del curso que dificulten su participación en el mismo. Las obligaciones adquiridas por el estudiante en horario de clase no serán consideradas como justificaciones para ausencias a evaluaciones o asignaciones que formen parte del curso



9 Bibliografía

- [1] Mendenhall, W., Scheaffer, R. y Wackerly, D. (2010), Estadística Matemática con Aplicaciones., Séptima Edición. Editorial Thomson. México. Signatura: 519.5 M537e7. [Libro de texto]
- [2] Freund, J. y Walpole, R. (1990), Estadística Matemática con Aplicaciones., Cuarta Edición. Editorial Prentice Hall Hispanoamericana. México. Signatura: 519.5 F889e.
- [3] Mood, A. y Graybill, F. (1972), Introducción a la teoría estadística., Cuarta Edición. Editorial Aguilar. Madrid. Signatura: 311 M817i4.
- [4] Feller, W. (1973). Introducción a la Teoría de Probabilidades y sus aplicaciones. Editorial Limusa. México. Signatura: 519.1 F326i E v.1.
- [5] DeGroot, M. y Schervish, M. (1988). Probabilidad y Estadística. Segunda Edición. Editorial Addison- Wesley Iberoamericana. Argentina. Signatura: 519.2 D321p2 E.
- [6] Devore, J. (2008). Probabilidad y Estadística para Ingeniería y Ciencias. Séptima Edición. Editorial Cengage Learning. Australia. 519.5 D511p7.
- [7] Devore, J. y Berk, K. (2012). Modern Mathematical Statistics with Applications. Segunda Edición. Springer New York, New York, NY. Disponible en línea con la cuenta institucional.
- [8] Freedman, K. (2009). Statistical Models: Theory and Practice. Segunda Edición. Cambridge. Signatura: 300.107.27 F853s.
- [9] Larsen, R. y Marx, M. (2012). An Introduction to Mathematical Statistics. Quinta Edición. Prentice Hall. Signatura: 519.5 L344i5.
- [10] Wackerly, D., Mendenhall, W y Scheaffer, R. (2010). *Estadística Matemática con aplicaciones*. Signatura: 519.5 M537e7

Sitios Recomendados:

Penn State STAT 414: Intro Probability Theory Online Class: <https://onlinecourses.science.psu.edu/stat414/>

10 Cronograma

Semana	Fechas	Tema	Evaluación
1	11 al 16 de agosto	Funciones de densidad y distribución conjuntas, esperanza de funciones de variables aleatorias, covarianza,	



		correlación, varianzas y covarianzas de sumas de variables.	
2	18 al 23 de agosto	Funciones de densidad y distribución conjuntas, esperanza de funciones de variables aleatorias, covarianza, correlación, varianzas y covarianzas de sumas de variables.	Tarea 1
3	25 al 30 de agosto	Funciones de densidad y distribución conjuntas, esperanza de funciones de variables aleatorias, covarianza, correlación, varianzas y covarianzas de sumas de variables. Distribución marginal, condicionales, independencia y cálculo de probabilidades de variables aleatorias, densidad de suma de variables aleatorias.	
4	01 al 06 de setiembre	Función generadora de momentos (FGM), FGM de variables resultantes de la suma de variables aleatorias independientes, cálculo de momentos de una variable.	Quiz #1 02 set
5	8 al 13 de setiembre	Distribución multinomial y distribución normal multivariada e hipergeométrica multivariada. Distribución de probabilidad de una función de variables aleatorias: Método de las funciones de distribución.	
6	15 al 20 de setiembre	Distribución de probabilidad de una función de variables aleatorias: Método de las funciones de distribución.	
7	22 al 27 de setiembre	método de las transformaciones, método de las funciones generadoras de momentos.	Quiz #2 23 set.



8	29 setiembre al 04 de octubre	método de las transformaciones, método de las funciones generadoras de momentos.	
9	06 al 11 de octubre	Transformaciones multivariantes con jacobianos.	Examen Parcial I 03 oct 30%
10	13 al 18 de octubre	Muestra aleatoria, distribuciones muestrales, distribución muestral de la media, teorema del límite central, convergencia de variables aleatorias en probabilidad, casi segura y en distribución, ley débil de grandes números, ley fuerte de grandes números.	Quiz #3 17 oct.
11	20 al 25 de octubre	Teorema de De Moivre-Laplace, corrección por continuidad. Teorema de Límite Central.	Tarea 2
12	27 octubre y 01 de noviembre	Generación de las distribuciones de t-Student, chi-cuadrado y F de Fisher a partir de distribuciones conocidas.	
13	03 al 8 de noviembre	Distribución del mínimo y el máximo. Aproximación normal a la distribución binomial.	
14	10 al 15 de noviembre	Cadenas de Markov. Concepto de Proceso Estocástico. Definición de cadena de Markov. Función de transición.	Quiz #4 14 de nov.
15	17 al 22 de noviembre	Repaso para examen	
16	24 al 29 de noviembre		Examen Parcial II 21 nov. 30%
17	01 al 06 de diciembre		Examen de ampliación 02 dic

Las fechas y horas de los exámenes, pruebas cortas y tareas están sujetas a la disponibilidad de aulas y eventualidades que puedan surgir durante el semestre, al igual que con el desarrollo de los contenidos, por lo que eventualmente pueden variar, en cuyo caso se comunicará al estudiante en forma oportuna.

11 Comprobación de la lectura del programa de curso.

Requerimos su apoyo como estudiante de cursos de Estadística para hacer constar que su profesor(a) comentó y analizó la carta al estudiante del respectivo curso, y explicó las normas de evaluación. Por este motivo, estamos adjuntando un enlace para acceder a un formulario digital donde se dará fe de que se comentó la carta del estudiante. El link es el siguiente



<https://forms.gle/31RAzfzsBZcvngpE8>

Una vez que el estudiante haya finalizado de llenar el documento, las respuestas serán exportadas y analizadas por la Dirección de la Escuela como evidencia para efectos de Acreditación y evaluación docente.