



Universidad de Costa Rica
Facultad de Ciencias Económicas
Escuela de Estadística

Curso: XS-0122 Modelos Probabilísticos I
Ciclo Lectivo: I- 2025

Profesor G01: Andrey Zamora Araya Profesor G02: Alejandro Salas Vargas	Correos: joseandrey.zamora@ucr.ac.cr alejandro.salasvargas@ucr.ac.cr
Créditos: 4 créditos	Tipo de curso: Teórico
Horario del curso: G01: K, V 8:00 a.m. a 9:50 a.m. G02: K, V 8:00 a.m. a 9:50 a.m.	Horas de consulta: G01: K, V 7:00 a.m. a 8:00 a.m. G02: K, V 7:00 a.m. a 8:00 a.m.
Horas Lectivas: 4 horas semanales Horas: 3 horas de teoría y 1 hora de práctica	Modalidad: Baja Virtualidad
Requisitos: • XS1130 Principios de Inferencia Estadística • CA0151 Cálculo Diferencial e Integral I (Equiv. MA1021) • CA0252 Álgebra Lineal (Equiv. MA1004)	Co-requisitos: • Cálculo con Optimización (MA-1023)

1. Descripción

La teoría de probabilidad es requisito fundamental para introducir al estudiante a la inferencia estadística. Este curso es teórico-práctico y se enfoca principalmente en proporcionar los fundamentos de la teoría de la probabilidad en espacios discretos y continuos con aplicaciones a fenómenos aleatorios como los juegos de azar, muestreo, salud, demografía y finanzas, entre otras disciplinas.

2. Objetivos generales

Aplicar los conceptos, teoremas y distribuciones básicas de la teoría de la probabilidad para el análisis y modelaje de los fenómenos aleatorios en diferentes campos del conocimiento.

3. Objetivos específicos

Al finalizar el curso la persona estudiante estará en la capacidad de:

- 1 Comprender los teoremas y axiomas básicos de la probabilidad clásica para su aplicación en juego de azar y fenómenos aleatorios.
- 2 Reconocer los diferentes tipos de distribuciones de probabilidad discretas y continuas para identificar su uso en las aplicaciones.





- 3 Comprender los conceptos de variable aleatoria, función de distribución, función de probabilidad o de densidad, valor esperado, varianza y función generatriz de momentos y generatriz de probabilidad para su aplicación a los fenómenos aleatorios.
- 4 Conocer los principales resultados relacionados con las desigualdades de probabilidad para su aplicación a la estadística y a fenómenos aleatorios.
- 5 Comprender la aplicación de la teoría de probabilidad en las diversas aplicaciones en la inferencia estadística para la simulación de los fenómenos aleatorios.

4. Reglamentación

Como miembro de la comunidad universitaria es importante conocer la reglamentación sobre algunos aspectos relacionados con la vida estudiantil. A continuación, se brindan las referencias a los documentos sobre algunos de estos aspectos:

- La reglamentación sobre sus deberes y derechos como estudiante se encuentra en el Reglamento de Régimen Académico Estudiantil (https://www.cu.ucr.ac.cr/normativ/regimen_academico_estudiantil.pdf)
- La reglamentación y sanciones ante fraudes en las evaluaciones o comportamientos anómalos por parte de los estudiantes, la pueden encontrar en Reglamento de Orden y Disciplina de los Estudiantes de la Universidad de Costa Rica (https://www.cu.ucr.ac.cr/normativ/orden_y_disciplina.pdf)
Con el fin de garantizar un espacio libre de violencia y sexismo en el desarrollo de este curso, se les recomienda la revisión del Reglamento de la Universidad de Costa Rica contra el Hostigamiento Sexual https://www.cu.ucr.ac.cr/uploads/tx_ucruniversitycouncildatabases/normative/hostigamiento_sexual.pdf
Sitio web de la Comisión Institucional contra el Hostigamiento Sexual: <https://www.ucr.ac.cr/comision-institucional-contr-el-hostigamiento-sexual.html>
- Video “Hostigamiento sexual en la UCR ¿Qué hacer para enfrentarlo? Enlace a YouTube: <https://www.youtube.com/watch?v=OiUyqC8qrmI>, Opción de descarga desde el sitio web del CIEM: <https://repositorio.ciem.ucr.ac.cr/jspui/handle/123456789/423>

5. Contenidos

Tema 1: Conceptos fundamentales de probabilidades en espacios discretos

- 1.1. Origen de la teoría de la probabilidad. Juegos de azar, experimento aleatorio y definición clásica de probabilidad. Espacio muestral, sucesos o eventos. Consecuencias de la definición clásica: propiedades de las probabilidades. La frecuencia relativa de un suceso. Técnicas de conteo: principios fundamentales del análisis combinatorio, permutaciones (con y sin repetición) y combinaciones. Muestras ordenadas y sin ordenar, con o sin reemplazo. Concepto de muestra simple al azar. Cálculo de probabilidades utilizando permutaciones y combinaciones.
- 1.2. Problemas del enfoque clásico de la probabilidad. Otros enfoques: frecuencia relativa, probabilidad subjetiva, método axiomático. Desarrollo del método axiomático: Axiomas para sucesos y axiomas para probabilidades.





Concepto de medida de probabilidad y espacio probabilístico. Medida de probabilidad equiprobable. Teoremas básicos. Probabilidad de un suceso.

1.3. Probabilidad condicional e independencia de sucesos. Ley multiplicativa. Cálculo de la probabilidad de un suceso: método de la composición de eventos. Teoremas de la probabilidad total y de Bayes.

Tema 2: Variables aleatorias unidimensionales

2.1. Definición de variable aleatoria (continua y discreta). La función de probabilidad (de masa o de densidad). Función de distribución acumulativa. Mediana y percentiles.

2.2. Valor esperado de una variable aleatoria (continua y discreta). Propiedades del valor esperado, $E(X)$, $E[g(X)]$, $\text{Var}(X)$.

2.3. Distribuciones discretas: Uniforme, Bernoulli, Binomial, Hipergeométrica, Geométrica, Binomial Negativa y Poisson.

2.4. Aproximación de la binomial con la Poisson, de la hipergeométrica con la binomial.

2.5. Repaso de integración impropia.

2.6. Distribuciones continuas: Uniforme, Gamma, Exponencial, Chi-Cuadrado, Beta y Normal.

2.7. Procesos de Poisson y su relación con la distribución exponencial. Relación entre la distribución binomial y la distribución beta. Aproximación de la binomial por medio de la normal.

Tema 3: Función generatriz de momentos y generatriz de probabilidad

3.1. Función de verosimilitud.

3.2. Momentos poblacionales. Funciones generatrices de momentos. Cálculo de las medias, variancias y generatrices de momentos de las distribuciones básicas.

3.3. Funciones generatrices de probabilidad. Cálculo de las medias, variancias y generatrices de probabilidad de las distribuciones básicas.

3.4. Desigualdad de Markov, teorema de Chebyshev (para variables aleatorias discretas y continuas).

6. Metodología

Las estrategias metodológicas incluyen la clase magistral, el trabajo individual, la discusión y reflexión sobre los conceptos matemáticos y estadísticos expuestos. Se requiere la participación activa de los estudiantes en la resolución de ejercicios en clase. Se recomienda el trabajo en grupo para completar apuntes, resolver ejercicios y compartir estrategias de resolución.

Se utilizará MEDIACIÓN VIRTUAL (el aula virtual institucional) para subir videos y como repositorio de archivos, prácticas y otros documentos. Se recuerda que el estudiantado debe tener disponibilidad para realizar evaluaciones y asistir a clases en el horario del curso. También se hará uso de la computadora para la simulación de funciones muestrales, por medio del software estadístico R y su entorno de desarrollo R-Studio en su versión más reciente. Algunas sesiones de clases, que se comunicarán de manera oportuna, podrían ser asincrónicas. Es importante mencionar que, en este aspecto del tipo de clases (sincrónica y asincrónica), se debe tener cierta flexibilidad y su uso dependerá del tipo de materia que se esté abordando.



7. Evaluación

A continuación, se presentan los rubros de evaluación del curso.

Valor y cronograma de los exámenes regulares

Examen	Materia	Fecha	Valor
Primer parcial	Temas: 1.1 al 2.4	Viernes 06 de mayo de 7am	30 %
Segundo parcial	Temas: 2.5 al 3.4	Martes 24 de junio de 7am	30 %
Exámenes cortos	4 asignaciones	Ver cronograma de curso	25%
Tareas	2 asignaciones	Ver cronograma de curso	15%
Prueba de ampliación	Temas 1.1 al 3.4	Martes 01 de julio 7 am	Nota mínima de 7.0 para aprobar el curso.
Total			100 %

Las fechas y horas de los exámenes están sujetas a la disponibilidad de aulas, por lo que eventualmente pueden variar, en cuyo caso se comunicará al estudiante en forma oportuna. Además, si por causa mayor alguna persona estudiante se ausentara de una evaluación, debe entregar de manera presencial en horario de clase, la documentación válida respectiva para justificar ausencia. Si es aceptada, de común acuerdo se pactará una fecha para la reposición de la prueba. Por otro lado, mediante la matrícula el estudiantado manifiesta tener disponibilidad para asistir en el horario en el cual se ofrece el curso, por lo tanto, la persona estudiante no debe asumir otros compromisos en el mismo horario del curso que dificulten su participación en el mismo. Las obligaciones adquiridas por el estudiante en horario de clase no serán consideradas como justificaciones para ausencias a evaluaciones o asignaciones que formen parte del curso.

8. Cronograma

Semana	Fechas	Tema	Evaluación
1	11 y 14 de marzo	1.1 Técnicas de conteo y probabilidad	
2	18 y 21 de marzo	1.2 Desarrollo axiomático	
3	25 y 28 de marzo	1.3 Probabilidad condicional y bayes	Quiz #1 28 de marzo. Asignación Tarea #1
4	01 y 04 de abril	2.1 Variable aleatoria, función de densidad, función de distribución y percentiles	
5	08 y 11 de abril	2.2 Valor esperado, 2.3 Distribuciones discretas	Entrega Tarea #1 (08 de abril)
6	15 y 18 de abril	SEMANA SANTA	
7	22 y 25 de abril	2.3 Distribuciones discretas	
8	29 de abril y 02 de mayo	2.4 Aproximaciones, 2.5 Repaso de integración	Quiz #2 29 de abril.



9	06 y 09 de mayo	2.6 Distribuciones continuas	Examen Parcial I 06 de mayo 30%
10	13 y 16 de mayo	2.6 Distribuciones continuas	Asignación Tarea 2
11	20 y 23 de mayo	2.7 Relaciones entre distribuciones discretas y continuas	Quiz #3 20 de mayo.
12	27 y 30 de mayo	3.1 Función de verosimilitud, 3.2 Generatrices de momentos	Entrega Tarea #2 (27 de mayo)
13	03 y 6 de junio	3.2 Generatrices de momentos, 3.3 Generatriz de probabilidad	
14	10 y 13 de junio	3.3 Generatriz de probabilidad	Quiz #4 10 de junio.
15	17 y 20 de junio	3.4 Markov y Chebyshev	
16	24 de junio		Examen Parcial II 24 junio 30%
17	01 de julio		Examen de ampliación 01 de julio

Las fechas y horas de los exámenes, laboratorios, pruebas cortas y tareas están sujetas a la disponibilidad de aulas y eventualidades que puedan surgir durante el semestre, por lo que eventualmente pueden variar, en cuyo caso se comunicará al estudiante en forma oportuna.

9. Comprobación de la lectura del programa de curso.

Requerimos su apoyo como estudiante de cursos de Estadística para hacer constar que su profesor(a) comentó y analizó la carta al estudiante del respectivo curso, y explicó las normas de evaluación. Por este motivo, estamos adjuntando un enlace para acceder a un formulario digital donde se dará fe de que se comentó la carta del estudiante. El link es el siguiente:

<https://forms.gle/CvBXVnDAAFMrGpzU9>

Una vez que el estudiante haya finalizado de llenar el documento, las respuestas serán exportadas y analizadas por la Dirección de la Escuela como evidencia para efectos de Acreditación y evaluación docente.

10. Bibliografía

- [1] Mendenhall, W., Scheaffer, R. y Wakerly, D. (2010). *Estadística Matemática con Aplicaciones*. Séptima Edición. Editorial Thomson. México. Signatura: 519.5M537e7.[Libro de texto]
- [2] Freund, J. y Walpole, R. (1990). *Estadística Matemática con Aplicaciones*. Cuarta Edición. Editorial Prentice Hall Hispanoamericana. México. Signatura: 519.5 F889e.
- [3] Mood, A. y Graybill, F. (1972). *Introducción a la teoría estadística*. Cuarta Edición. Editorial Aguilar. Madrid. Signatura: 311 M817i4.





- [4] Feller, W. (1973). *Introducción a la Teoría de Probabilidades y sus aplicaciones*. Editorial Limusa. México. Signatura: 519.1 F326i E v.1.
- [5] DeGroot, M. y Schervish, M. (1988). *Probabilidad y Estadística*. Segunda Edición. Editorial Addison-Wesley Iberoamericana. Argentina. Signatura: 519.2 D321p2 E.
- [6] Devore, J. (2008). *Probabilidad y Estadística para Ingeniería y Ciencias*. Séptima Edición. Editorial Cengage Learning. Australia. 519.5 D511p7.
- [7] Devore, J. y Berk, K. (2012). *Modern Mathematical Statistics with Applications*. Segunda Edición. Springer New York, New York, NY. Disponible en línea con la cuenta institucional.
- [8] Freedman, K. (2009). *Statistical Models: Theory and Practice*. Segunda Edición. Cambridge. Signatura: 300.107.27 F853s.
- [9] Larsen, R. y Marx, M. (2012). *An Introduction to Mathematical Statistics*. Quinta Edición. Prentice Hall. Signatura: 519.5 L344i5.
- [10] Wackerly, D., Mendenhall, W y Scheaffer, R. (2010). *Estadística Matemática con aplicaciones*.

Sitios Recomendados:

Penn State STAT 414: Intro Probability Theory Online Class: <https://onlinecourses.science.psu.edu/stat414/>