

UNIVERSIDAD DE COSTA RICA
XSo111 Estadística Introdutoria I
Prof. Olman Ramírez Moreira

PROBABILIDAD:

ideas introductorias

Levin & Rubin. Estadística para Administradores
Gómez Barrantes, Miguel. Elementos de estadística
descriptiva

RELEVANCIA TEORÍA PROBABILIDAD

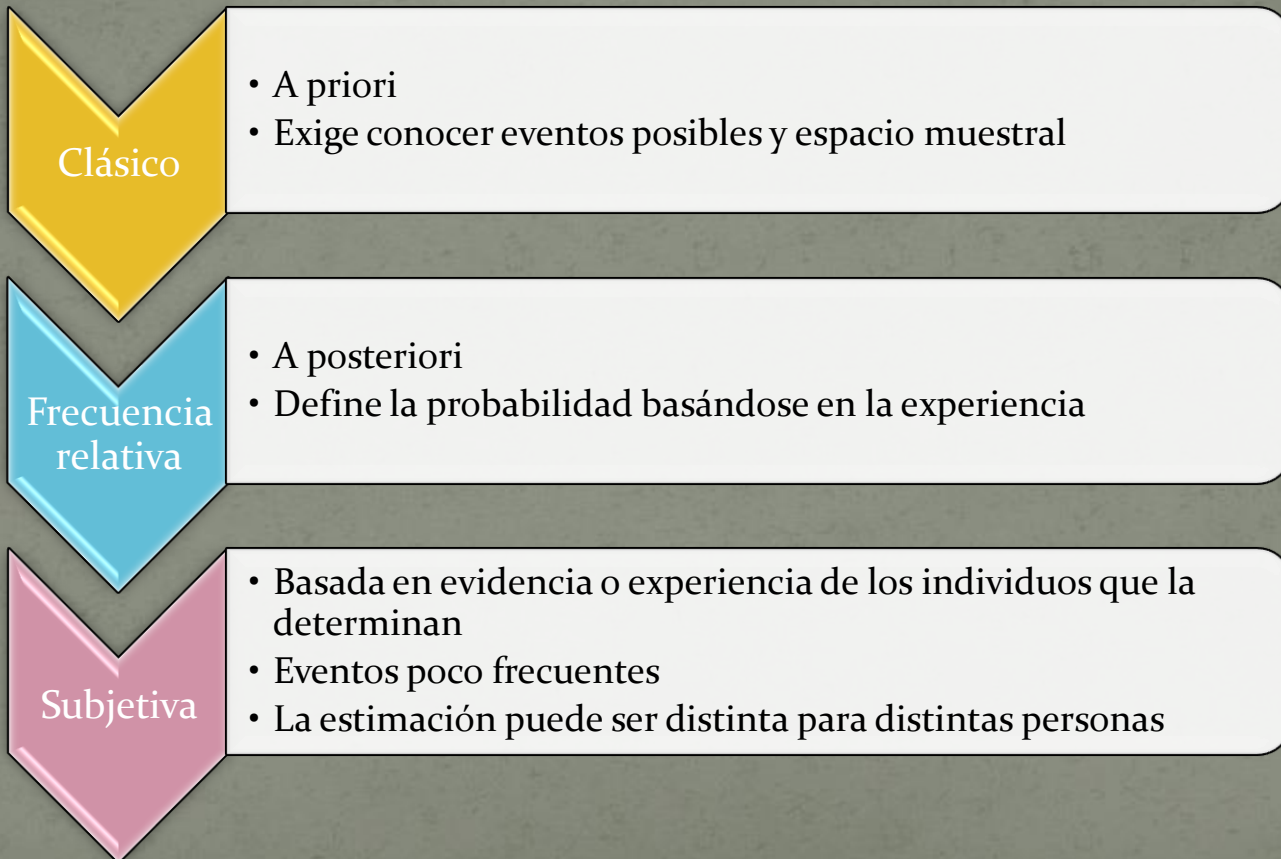
- Base para aplicaciones estadísticas en investigación y en la toma de decisiones
- Parte de nuestras vidas diarias:
 - La predicción del tiempo lleva a que cambiemos los planes diarios
 - Al jugar al naípe hacemos estimaciones de probabilidad al apostar
 - Las apuestas sobre resultados de encuentros deportivos
 - La posibilidad que lo llamen oral en la clase
- El futuro no se puede predecir con total certidumbre
 - Analizar posibles resultados de una decisión
 - Toma de decisiones más solidas

CONCEPTOS BÁSICOS

- Probabilidad de la posibilidad de que algo pueda ocurrir
 - Se expresan como fracciones ($\frac{1}{4}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{4}$) o decimales (0.25, 0.50, 0.75)
 - Los valores que puede asumir oscilan entre 0 y 1
 - Probabilidad de 0: nunca va ocurrir
 - Probabilidad de 1: va a ocurrir siempre
- **EVENTO**: uno o más de los posibles resultados de hacer algo Puede ser simple o compuesto (subconjunto de eventos simples). Ejs:
 - Escudo al lanzar una moneda
 - Un as de espadas al sacar una carta del naipes
 - Resultar electo para una beca elegido al azar de un grupo de aspirantes
- **EXPERIMENTO**: es la actividad que origina los eventos.
 - Lanzar una moneda
 - Lanzar dos dados y anotar la suma de los puntos
- **ESPACIO MUESTRAL**: conjunto de todos los resultados posibles de un experimento
 - $S =$ (cara, escudo) al lanzar una moneda
 - $S =$ (1, 2, 3, 4, 5, 6) al lanzar un dado
- **EVENTOS MUTUAMENTE EXCLUYENTES**:
 - Dos eventos son mutuamente excluyentes si uno y sólo uno de ellos puede tener lugar a un tiempo.
 - Ej. al lanzar una moneda en cualquier lanzamiento obtendremos cara o escudo pero no ambos
 - Resultado del curso: aprobado, reprobado, desertó o lo retiró, sólo uno es posible
 - Plantearse siempre: ¿Pueden ocurrir dos o más de tales eventos al mismo tiempo?

TIPOS DE PROBABILIDAD

- Representan planteamientos conceptuales diferentes para el estudio de la teoría de la probabilidad



TIPOS DE PROBABILIDAD

PROBABILIDAD CLÁSICA

- Define la probabilidad de que un evento ocurra como:

$$P(E_i) = \frac{\text{número resultados favorables al evento}}{\text{número total de resultados posibles}}$$

- Los eventos deben ser igualmente posibles para que la ecuación sea válida
- Conocida también como probabilidad a priori
 - puede establecerse la respuesta de antemano (no requiere realizar el experimento)
 - No es necesario realizar el experimento, basamos nuestras conclusiones en un razonamiento lógico
- Problemas del enfoque clásico:
 - Útil en eventos de cartas, dados o monedas pero enfrenta serios problemas al aplicarlo a problemas de toma de decisiones menos previsibles
 - Supone un mundo que no existe (ej.. Situaciones iguales al realizar un experimento)
- Tener cuidado en el cálculo de la probabilidad si la situación descrita es “con sustitución” o “sin sustitución” después de cada evento

TIPOS DE PROBABILIDAD

FRECUENCIA RELATIVA

- Muchos eventos en la realidad no permiten emitir una respuesta por adelantado sin antes hacer algo de experimentación
 - Probabilidad de que yo viva hasta los 90 años
 - Probabilidad de que al instalar una planta de papel a las orillas del río ocasionen una significativa desaparición de peces
- Situaciones que no permiten aplicar la definición clásica
 - El número de casos favorables o el de casos posibles es desconocido
 - El total de casos posibles es infinito
 - Los eventos no son igualmente posibles (o no se está seguro que lo sean)
- Implica una redefinición de la probabilidad basados en la acumulación de datos. Se define como:
 - La frecuencia relativa de la presentación de un evento durante un gran número de intentos o la
 - Fracción de veces que un evento se presenta a la larga, cuando las condiciones son estables
- El procedimiento utiliza la frecuencia de ocurrencia del evento en el pasado y se usa esa cifra para predecir de que suceda nuevamente en el futuro

$$P(E_i) = \frac{\text{Casos favorables al evento } i}{\text{Casos totales}}$$

- La frecuencia relativa se vuelve estable conforme la cantidad de experimentos crece. La probabilidad adquiere mayor precisión a medida que se incrementa el número de experimentos en que se basa.
- Limitaciones:
 - A menudo se usa sin evaluar un número suficiente de resultados

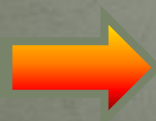
TIPOS DE PROBABILIDAD

PROBABILIDAD SUBJETIVA

- ✦ Basada en las creencias de las personas que efectúan la estimación de la probabilidad
- ✦ Define como la probabilidad asignada a la ocurrencia de un evento por parte de un individuo basada en la evidencia que tenga disponible
 - ✦ Evidencia puede derivarse de frecuencia relativa o de presentación de eventos pasados o creencia meditada
- ✦ Se dan con más frecuencia cuando los eventos se presentan se presentan sólo una vez o un número reducido de veces
- ✦ Casi todas las situaciones de alto nivel se refieren a situaciones específicas y únicas, los responsables de tomar decisiones hacen uso considerable de probabilidad subjetiva
- ✦ Dos personas razonables enfrentadas a la misma evidencia fácilmente pueden asignar probabilidades subjetivas pro completo distintas al mismo evento

PROPIEDADES BÁSICAS DE LAS PROBABILIDADES

- La probabilidad es un número positivo o nulo:
 - $P(E_i) \geq 0$
- La suma de las probabilidades correspondientes a cada uno de los eventos simples constituyen el espacio muestral y es igual a la unidad
 - $P(E_1) + P(E_2) + P(E_3) + \dots + P(E_n) = 1$
- Si un evento compuesto A consta de los eventos simples $E_1, E_2, E_3, \dots, E_k$ la probabilidad de A es igual a la suma de las probabilidades de los eventos simples
 - $P(A) = P(E_1) + P(E_2) + P(E_3) + \dots + P(E_k)$
- Evento contrario o complemento: se designa por \bar{A} y lo forman todos los eventos simples que no tienen el atributo A. Por tanto,
 - $P(\bar{A}) = 1 - P(A)$



La probabilidad de un evento es siempre un número positivo o nulo y nunca puede superar la unidad.

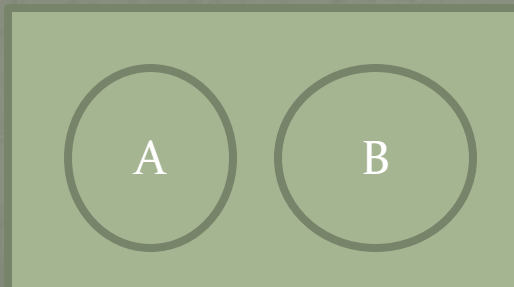
REGLAS DE PROBABILIDAD

- En la toma de decisiones hay preocupación por dos condiciones
 - El caso de que un evento u otro se presente
 - La situación en que dos o más eventos se presenten al mismo tiempo
- Símbolos: simplifican la presentación de ideas
 - $P(A)$ indica la probabilidad de que ocurra el evento A
- Probabilidad marginal:
 - es una probabilidad sencilla, que un solo evento puede llevarse a cabo
- Diagramas de Venn
 - Espacio muestral se representa con un rectángulo
 - Los eventos se representan como partes de un rectángulo

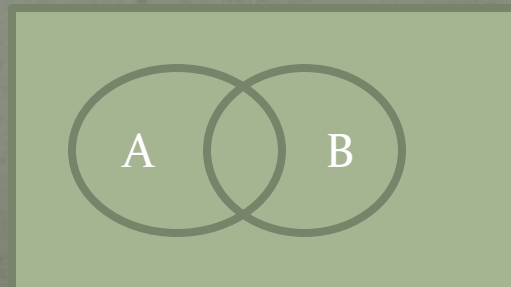
Regla de la adición

- Interés en la probabilidad de que ocurra una cosa (A) u otra (B)
- $P(A \text{ ó } B)$ = indica la probabilidad de que ocurra A ó que ocurra B
- Está afectada por si los eventos son o no mutuamente excluyentes
- **Regla:** *Si se tienen dos eventos A y B la probabilidad de que suceda por lo menos uno de ellos es igual a la probabilidad de que suceda A más la probabilidad de que suceda B menos la probabilidad de que suceda A y B simultáneamente*
 - $P(A \text{ ó } B) = P(A) + P(B) - P(AB)$
- Representación:

Eventos mutuamente excluyentes



Eventos NO mutuamente excluyentes



Probabilidad condicional

- Cuando se presentan dos eventos el resultado puede tener un efecto en el resultado del segundo o no tenerlo. Esto es los eventos pueden ser **dependientes** o **independientes**
- Es la probabilidad de que un cierto evento suceda dado que otro ya ha ocurrido
$$P(B/A) = \frac{P(AB)}{P(A)}$$
- Representación:
 - $P(B/A)$
 - Probabilidad condicional de B dado A
 - El espacio muestral se reduce para el cálculo de la probabilidad de B
- La expresión general para la probabilidad condicional es:

Regla del producto

- En el cálculo de la probabilidad debe considerarse si un evento puede tener simultáneamente los atributos A y B
- *Regla: si los resultados de un suceso aleatorio pueden tener a la vez los atributos A y B, la probabilidad de que ocurran A y B es igual a la probabilidad de que suceda A multiplicada por la probabilidad de que suceda B dado que sucedió A*
 - $P(AB) = P(A) P(B/A)$
 - Si la ocurrencia de A no afecta la ocurrencia de B entonces los eventos son mutuamente independientes y se tiene que:
 - $P(B/A) = P(B)$
- La ley del producto puede generalizarse a más de dos eventos. Para el caso de tres eventos se tendría:
 - $P(ABC) = P(A) P(B/A) P(C/AB)$